UOT 336; 336.11
DOI:10.30546/3006-0346.2024.2.80.10198

ARMA MODELLƏRİNDƏN İSTİFADƏ EDƏRƏK MALİYYƏ ZAMAN SERİYASININ TƏHLİLİ: PRAKTİKİ BƏLƏDÇİ

ORXAN RÜSTƏMOV
Azərbaycan Dövlət İqtisad Universitetinin doktorantı

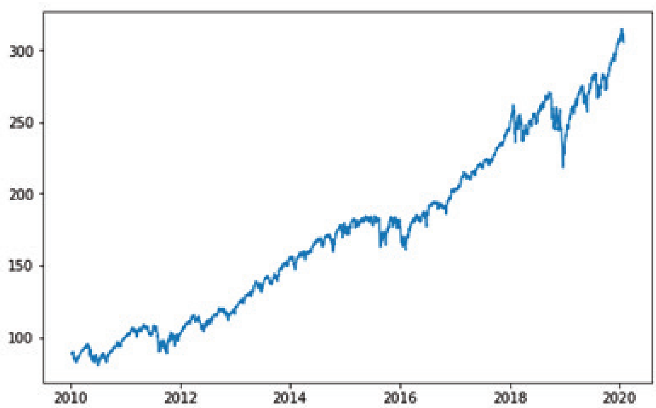
E-mail: orkhan-rustamov@unec.edu.az

Giriş

Statistik modellər maliyyə bazarlarına xas olan mürəkkəbliklərin açılmasında əvəzsiz alətlər rolunu oynayır. Bu modellər arasında Avtoreqressiv Hərəkətli Orta (ARMA) modelləri müvəqqəti asılılıqları tutmaq və zaman seriyası məlumatlarında proqnozlaşdırılan analitikanı asanlaşdırmaq qabiliyyəti ilə seçilir. Bu məqalə ARMA modellərini deşifrə etmək, onların nəzəri əsaslarına və maliyyə proqnozlaşdırmasında praktik tətbiqlərinə işıq salmaq üçün səyahətə başlayır [1]. Məlumatların təhlili, model seçimi və performansın qiymətləndirilməsi ilə tanış olmaqla, bu məqalə maliyyə verilənlərinin ARMA modelləşdirmə prinsipləri haqqında hərtərəfli anlayışla təchiz etmək məqsədi daşıyır.

1. Stasionarlıq təhlili

Zaman sıralarının təhlilində kritik fərziyyə stasionarlıqdır, burada orta və dispersiya kimi statistik xassələr zamanla sabit qalır. Tarixi verilənlərlə (2015-2022) üçün orta, dispersiya və kovariasiya təxminlərinin gələcək məlumatlara (2023-2030) bənzədiyinə dair etibarlı proqnozlar verilir[2].



Şəkil 1. S&P 500 tarixi verilənləri

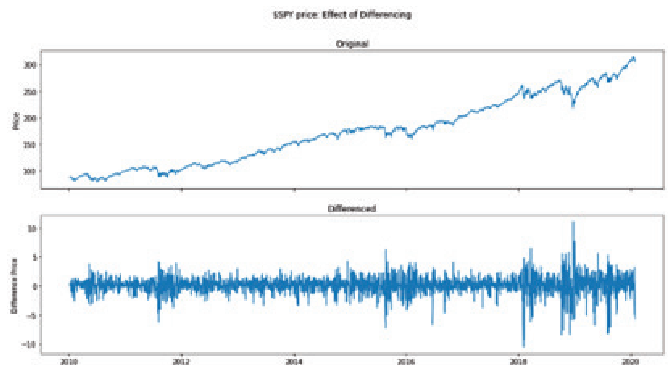
Sadə dillə desək, keçmiş gələcəyə aparacaq. Stasionarlığın təmin edilməsi üçün bu təxminlər iki zaman nöqtələri arasındakı gecikmələr ekvivalent olduğu müddətcə müxtəlif vaxt nöqtələri üzrə fərqlənməyəcəkdir. Məsələn, stasionarlıq təmin olunursa, 2015 və 2016-cı illərin birillik gecikmə dövrü arasındakı əlaqə - kovariasiya - 2023 və 2024, 2024 və 2025-ci illərin gələcək birillik gecikmə dövrləri arasındakı əlaqəyə bərabərdir. Bu mühüm xüsusiyyət zaman seriyası məlumatları haqqında etibarlı statistik nəticələr çıxarmağa və ARMA kimi klassik proqnozlaşdırma modellərindən istifadə etməyə imkan verir [3]

E[Xt] t-dən asılı deyil. Beləcə sabit mean var;

Var (Xt) t-dən asılı deyil. Beləcə, stabil variasiya var;

Cov(Xt, Xt+h) t-dən asılı deyil, yalnız [s-t]-dən asılıdır

Stasionarlığı təmin etmək üçün verilənləri fərqləndirmək kimi üsullardan istifadə edilə bilər. İstifadə edilən, verilənlər X_t kimi təqdim olunur, burada hər zaman nöqtəsi onunla əlaqəli aktivin qiymətidir [4]. Bununla, stasionarlığa nail olmaq üçün məlumatları fərqləndirmək olar. Şəkil 2 fərqliliyin nəzərə çarpan tendensiyaları və ya nümunələri aradan qaldırmağa kömək etdiyini göstərir. Qeyd edək ki, indi bizdə sabit orta və variasiya var, hər ikisi t-dən asılı deyil.



Şəkil 2. Verilənlərin fərqləndirilməsi

Vizual yoxlama və Augmented Dickey-Fuller (ADF) testi kimi formal testlər vasitəsilə maliyyə məlumatlarının stasionarlığı qiymətləndirilir. ARMA modelləşdirməsi üçün məlumatların uyğunluğunu artırmaq üçün stasionarlığa nail olmaq üçün fərqləndirmə kimi üsullardan istifadə edilir [5].

2. Modelləşdirmə:

ARMA modelləşdirməsinin əsasını modelin avtoreqressiv (AR) və hərəkətli orta (MA) komponentlərinin formalaşdırılması təşkil edir. Əgər avtoreqressiv komponentin bir neçə sırası varsa ($p \geq 1$), biz φ_1, φ_2, …, φ_p əmsallarını xarakterik polinom daxilində müəyyən edilir [6]:

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + ... + \varphi_p X_{(t-p)}$$

Məqalədə AR(p) və MA(q) proseslərinin əsasını təşkil edən riyazi ifadələr və konseptual çərçivələr açıqlanır. Bundan əlavə, həm avtoreqressiv, həm də hərəkətli orta xüsusiyyətləri əhatə edən birləşmiş ARMA(p,q) modeli təqdim edilir.

$$AR(p)\ X_t = c + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + ... + \phi_p X_{(t-p)} + \varepsilon t$$

Burada, X_t zaman seriyasının dəyəridir, c sabit dəyərdir, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_p gecikmiş müşahidələrin əmsallarını təmsil edən modelin parametrləridir, X_t gecikmiş müşahidələrdir, εt təsadüfü seçimdir.

$$MA(q)\ X_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{(t-1)} + \theta_2 \varepsilon_{(t-2)} + ... + \theta_q \varepsilon_{(t-q)}$$

Burada, X_t zaman seriyasının dəyəridir, c sabit dəyərdir, X_t gecikmiş müşahidələrdir, εt təsadüfü seçimdir, $\theta_1, \theta_2, \theta_p$ gecikmiş qalıq xətaların əmsallarını təmsil edən modelin parametrləridir. $E_{(t-1)}, E_{(t-2)}, E_{(t-q)}$ əvvəlki zaman addımlarının qalıq səhvləridir.

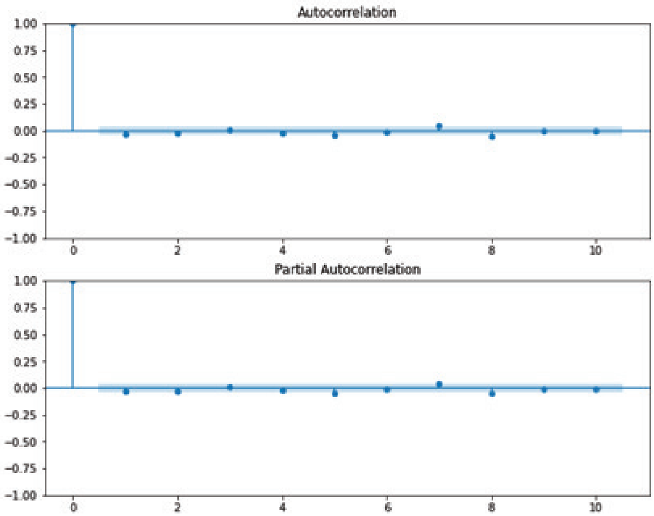
Avtokorrelyasiya funksiyası (ACF) və qismən avtokorrelyasiya funksiyası (PACF) qrafikləri, eləcə də avtomatlaşdırılmış model seçim alqoritmləri kimi üsullardan istifadə edərək optimal ARMA(p,q) konfiqurasiyası müəyyən edilir [4]. ACF lag h-nin avtokoviariansıdır. Xatırladaq ki, stasionar zaman seriyası üçün müxtəlif zaman dövrlərinin kovariasiyası t-dən deyil, |s-t|-dən asılı olmalıdır. Məqalə seçilmiş modelin möhkəmliyini təmin etmək üçün model diaqnostikasının və qiymətləndirmə metriklərinin əhəmiyyətini vurğulayır.

$$\gamma(h) = Cov(X_t, X_{(t+h)})$$

X_t və X_{t-1} müşahidələri arasında avtokovariasiya aşağıdakılara bərabərdir:

$$\gamma(1) = Cov(X_t, X_{(t-1)})$$

Bu dəyərin bir il ($h = 1$) fərqi olan bütün müşahidələr arasında eyni olacağını gözlənilir. PACF lag h-nin qismən avtokorrelyasiyasıdır. Gecikmə h-də qismən avtokorrelyasiya, k-daxili vaxt seriyası məlumat nöqtəsi ilə h zaman vahidləri ilə gecikmiş eyni məlumat nöqtəsi arasındakı korrelyasiyadır, eyni zamanda onlar arasındakı bütün digər məlumat nöqtələrinin təsirinə nəzarət edir. ARMA modeli üçün uyğun kəsiklərin hansı olacağını müəyyən etmək üçün aşağıdakı vizual işarələrdən təxminən istifadə edilir.



Şəkil 3. Avtokorrelyasiya

ACF və PACF yuxarıda təsvir olunduğu kimi p və q sıralarını təyin etmək üçün istifadə edilir, ARIMA funksiyası ARMA (p,q) modeli üçün istifadə olunacaq p və q sıralarını özü müəyyən edəcək. Prosesi 80%/20% təlim və sınaq məlumatlarının bölünməsindən istifadə etməklə həyata keçirilir.

3. Model və şərh

Avtomatlaşdırılmış proses orijinal məlumat üçün ARIMA (0,1,0) modelini seçdi, X_t. Məlumatlar fərqli olduğundan, $Y_t = X_t - X_{t-1}$ və ARIMA(0,0,0) modelindən $Y_t - \mu = W_t$ (təsadüfi) olduğunu nəzərə alsaq, bu ARIMA(0,1,0) təsadüfi gediş modelinə bərabərdir. ACF və PACF süjetlərimiz gecikmiş nümunələrin olmadığını göstərir. Beləliklə, bu, təsadüfi gedişin ən uyğun olduğunu təsdiqləyir. Nəticələr maliyyə modelləşdirmədə əvvəlki tapıntıları dəstəkləyir ki, bu da ən səliqəli ARMA(p,q) modellərinin və təsadüfi gəzinti modellərinin digər mürəkkəb modelləşdirmə proseslərindən müntəzəmliklə üstün olduğunu təsdiqləyir.

Yuxarıdakı avtomatlaşdırılmış proses orijinal məlumat üçün ARIMA(0,1,0) modelini seçdi, X_t. Məlumatlar fərqli olduğundan, $Y_t = X_t - X_{t-1}$ və ARIMA(0,0,0) modelimizin $Y_t - \mu = W_t$ (təsadüfi) olduğunu nəzərə alsaq, bu ARIMA(0,1,0) təsadüfi gediş modelinə bərabərdir.

SARIMAX				Results
Dep. Variable:	y	No. Observations:		2029
Model:	SARIMAX(0, 1, 0)	Log Likelihood		-3284.637
Date:	Fri, 19 May 2023	AIC		6573.274
Time:	13:39:48	BIC		6584.503
Sample:	0	HQIC		6577.394
	-			2029
Covariance Type:				opg

	coef	std err	z	P>|z|	[0.025	0.975]
intercept	Fri, 19 May 202343	0.028	3.045	0.002	0.030	
0.139						
sigma2	1.4939	0.030	49.504	0.000	1.435	1.553

Ljung-Box (L1) (Q):	1.91	Jarque-Bera (JB):	837.71
Prob(Q):	0.17	Prob(JB):	0.00
Heteroskedasticity (H):	1.50	Skew:	-0.44
Prob(H) (two-sided):	0.00	Kurtosis:	6.02

Birlikdə, ACF və PACF süjetlərimiz gecikmiş nümunələrin olmadığını göstərir. Beləliklə, bu, təsadüfi gedişin ən uyğun olduğunu təsdiqləyir. Nəticələrimiz maliyyə modelləşdirmə ədəbiyyatındakı əvvəlki tapıntıları dəstəkləyir ki, bu da ən səliqəli ARMA(p,q) modellərinin və təsadüfi gediş modellərinin digər mürəkkəb modelləşdirmə proseslərindən (dərin öyrənmə modelləri də daxil olmaqla) müntəzəmliklə üstün olduğunu təsdiqləyir.

Bu prosesin təxmini modeli:

Y_t -0,0843 = W_t , burada $W_t \sim$ ağ səs-küy(1,5)

Y_t bizim fərqli məlumatlarımızdır: $Y_t = X_t - X_{t-1}$

Təsadüfi gəzinti modelinin daha mürəkkəb modellə müqayisədə nə qədər yaxşı performans göstərdiyini görməkdə maraqlıyıq, bu da ümumilikdə ARMA modellərinin daha yaxşı intuisiyasını təmin etməyə xidmət edir. Bizim daha mürəkkəb modelimiz, AIC dəyərlərinə uyğun olaraq yaxşı çıxış etmiş kimi görünən, fərqli verilənlər üzərində - və ya ekvivalent olaraq ARIMA(1,1,0) üzərində ARMA(1,0) prosesidir.

Bu prosesin təxmini modeli:

$Y_t - 0{,}0843 = -0{,}306\ (X_t - 0{,}0843) + W_t$, burada $W_t \sim wn(1{,}5)$ və $Y_t = X_t - X_{t-1}$ (yəni bizim fərqli verilənlər dəstimiz)

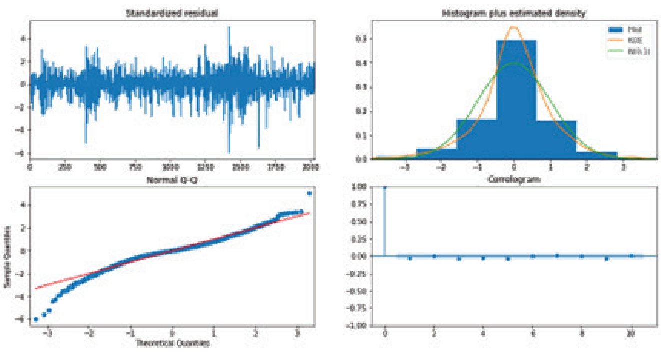
Təsadüfi gəzinti modelinin uyğun olduğunu və məlumatlara yaxşı uyğunluğunu yoxlamaq üçün istifadə edilir.

SARIMAX				Results
Dep. Variable:	Close	No. Observations:		2029
Model:	ARIMA(1, 1, 0)	Log Likelihood		-3288.773
Date:	Thu, 18 May 2023	AIC		6581.547
Time:	11:34:48	BIC		6592.777
Sample:	0	HQIC		6585.667
	-			2029
Covariance Type:				opg

	coef	std err	z	P>|z|	[0.025	0.975]
ar.L1	-0.0258	0.015	-1.742	0.082	-0.055	0.003
sigma2	1.5000	0.030	49.627	0.000	1.441	1.559

Ljung-Box (L1) (Q):	0.05	Jarque-Bera (JB):	866.58
Prob(Q):	0.83	Prob(JB):	0.00
Heteroskedasticity (H):	1.52	Skew:	-0.46
Prob(H) (two-sided):	0.00	Kurtosis:	6.07

Şəkil 4. Diaqnostik planlar Arima

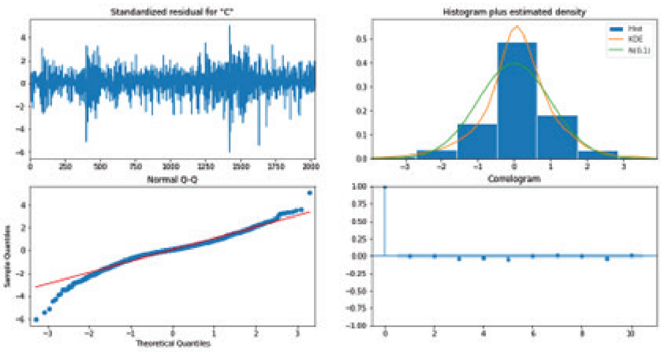


Korreloqramda görünür ki, əhəmiyyətli korrelyasiya yoxdur, çünki əksər geriləmələr ≥ 1 zolaqlara düşür. Beləliklə, zaman sıralarının qalıqları özlərinin gecikmiş versiyaları ilə aşağı korrelyasiyaya malikdir. Bu, zaman seriyasının təsadüfi gediş olduğu qənaətini dəstəkləyir, çünki əvvəlki müşahidələr sonrakı müşahidələrlə əlaqələndirilmir. Normal qrafiki quyruqlarda normallıqdan müəyyən sapma, sıxlıq qrafiki isə normaldan bir qədər kənarlaşma göstərir. Bu ümumiyyətlə aid olsa da, biz bu fərqləri sonrakı təhlillərdə necə idarə edə və istifadə edə biləcəyimizi görəcəyik - ARCH və GARCH modelləşdirmə. Modelin çıxışından Ljung-Box testində ehtimalın 0,17 olduğunu görünür, buna görə də qalıqların müstəqil şəkildə paylanmasına dair sıfırı rədd edilə bilmir.

ARMA(1,0) Model Diaqnostikası

ARMA(1,0) modelinin korreloqramı, normal Q-Q planı və model seçimimizi təsdiq edən Ljung-Box testindən yuxarıda göstərilən çox oxşar nəticələr görünür.

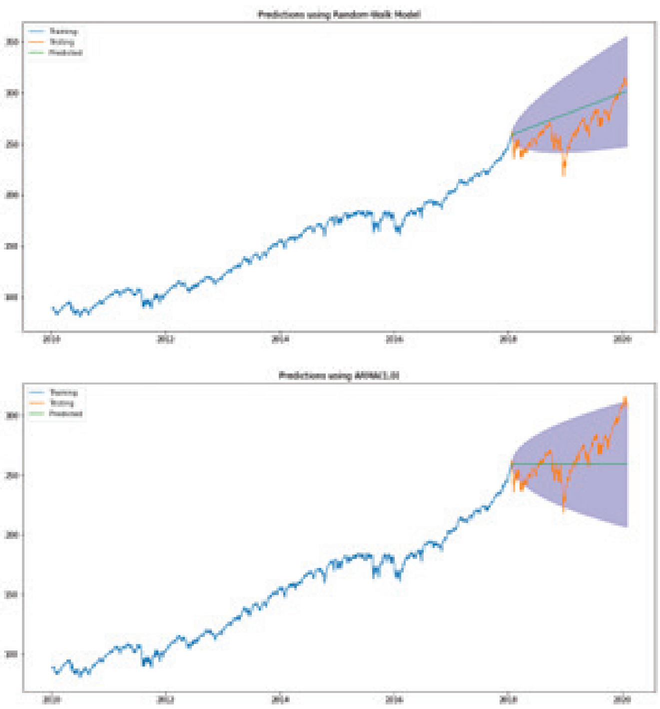
Şəkil 5. Diaqnostik planlar Random walk



4. Proqnozlaşdırma

Aşağıda təsadüfi gediş və ARMA(1,0) modelləri üçün proqnoz intervalları ilə birlikdə tarixi məlumatları tərtib edilir:

Şəkil 6. Proqnozaşdırma.



Model performansını qiymətləndirmək üçün iki ölçüdən istifadə edilir:

Orta Orta Faiz xətası (MAPE)

Orta kvadrat xəta (MSE)

MAPE adətən zaman seriyası məlumatlarında istifadə olunur və proqnozlaşdırılan və faktiki dəyərlər arasında orta faiz fərqi götürülməklə hesablanır. MAPE, model performansının daha intuitiv başa düşülməsini təmin etmək və müqayisənin mütləq metrikası deyil, nisbi olmaq kimi üstünlükləri təmin edir. Riyazi olaraq aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}\right| \times 100$$

MSE başqa bir ümumi performans göstəricisidir və bu, kvadrat terminə görə kənar göstəricilərin təsirini - bu kontekstdə faktiki dəyərlərdən uzaq olan proqnozları artıran mütləq müqayisə ölçüsüdür. MSE-nin bir üstünlüyü ondan ibarətdir ki, o, ilkin proqnozlaşdırılan dəyərin eyni vahidlərində qalır. Aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

	MAPE	MSE
ARMA10	5.56	391.28
RW	6.29	355.3

ARMA və təsadüfi gəzinti modeli üçün orta faiz səhvlərini (MAPE) 5,56 və 6,29 hesab edirik ki, bu da proqnozların orta hesabla müvafiq olaraq 5,56% və 6,29% xəta olduğunu göstərir. Əlavə olaraq, MSE-nin 391.28 və 355.30 dəyərləri, proqnozların orta hesabla faktiki dəyərlərdən təxminən 391.28 dollar kvadrat kənara çıxdığını göstərir.

Nəticə

Bu məqalədə ARMA modelləşdirmə prosesinin hərtərəfli icmalı təqdim edilib, onun nəzəri əsasları, metodoloji mülahizələri və maliyyə aktivlərinin təhlilində praktiki tətbiqlər haqqında fikirlər verilib. Empirik yoxlama vasitəsilə biz maliyyə məlumatlarının tez-tez təsadüfi gediş prosesinə uyğun xüsusiyyətlər nümayiş etdirdiyi və bununla da bu kontekstdə ARMA modellərinin aktuallığını vurğulayan geniş yayılmış müşahidə təsdiq edildi. Nəticələr vaxt seriyası məlumatlarının dinamikasını ələ keçirməkdə ARMA modellərinin effektivliyini nümayiş etdirən Engle (1982) və Granger (1980) tərəfindən aparılmış əvvəlki tədqiqatlarla üst-üstə düşür. Bundan əlavə, Box və Jenkins (1970) işi ARMA çərçivəsində model seçimi və diaqnostik testin incəliklərini başa düşmək üçün zəmin yaratmışdır. ARMA-nın klassik zaman sıralarının təhlilində təməl daşı kimi əsas rolunu aydınlaşdırmaqla, bu iş ekonometriya və maliyyə modelləşdirməsi üzrə daha geniş ədəbiyyata töhfə verir.

ƏDƏBİYYAT SİYAHISI:

1. *Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1970). Time series analysis: forecasting and control. Holden-Day.*
2. *Tsay, R. S. (2010). Analysis of Financial Time Series. John Wiley & Sons.*
3. *Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2016). Introduction to Time Series and Forecasting. Springer.*
4. *Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press.*
5. *Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting: Principles and Practice. O Texts.*

a. *Lütkepohl, H. (2005). New Introduction to Multiple Time Series Analysis. Springer.*

XÜLASƏ

Bu məqalə statistik modellərin mürəkkəb işlərinə, xüsusən də maliyyə zaman sıralarının təhlili sahəsində Avtoreqressiv Hərəkətli Orta (ARMA) modellərinə diqqət yetirir. ARMA modelləri riyazi ciddilik və domen təcrübəsinin qarışığını özündə cəmləşdirən zamandan asılı məlumatların anlaşılması və proqnozlaşdırılması üçün güclü çərçivə təklif edir. Addım-addım kəşfiyyat vasitəsilə bu məqalə məlumatların idxalını, stasionarlıq təhlilini, modelin formalaşmasını, parametrlərin qiymətləndirilməsini, proqnozlaşdırılmasını və performansın qiymətləndirilməsini əhatə edən ARMA modelləşdirmə prosesini istiqamətləndirir. S&P 500 indeksindən real maliyyə məlumatları ARMA modellərinin praktik tətbiqini göstərmək üçün istifadə olunur. Bu məqalədə Yahoo Finance API istifadə edərək təhlil, məlumatların idxalı, stasionarlığın yoxlanılması, modelin uyğunlaşdırılması, proqnozlaşdırma və modelin qiymətləndirilməsi daxil olmaqla, maliyyə məlumatlarına tətbiq edilən ARMA modelləşdirməsinin hərtərəfli icmalını təqdim edir. İstifadə olunan məlumat S&P 500-ün 4 yanvar 2010-cu ildən 1 fevral 2020-ci il tarixinə qədər olan tarixi qiymətləridir. İdxal edilmiş məlumatlar sonrakı modelləşdirmə tapşırıqları üçün ardıcıllıq və uyğunluğu təmin etmək üçün ilkin emal addımlarından keçir. Məqalənin yazılmasında istifadə edilən şəkillər və ekonometrik təhlil cədvəli, python proqramlaşdırma dili vasitəsi ilə yazılaraq təhlil üçün hazır vəziyyətə gətirilib. Məqalə maliyyə modelləşdirməsində qabaqcıl metodologiyalara yol açan zaman sıralarının təhlilində fundamental alətlər kimi ARMA modellərinin əhəmiyyətinə dair fikirlərlə yekunlaşır.

Açar sözlər: *Maliyyə bazarları, Volatillik, Ekonometrika, ARMA.*

ABSTRACT

This article focuses on the complexities of statistical models, particularly Autoregressive Moving Average (ARMA) models in the field of financial time series analysis. ARMA models offer a powerful framework for understanding and forecasting time-dependent data that incorporates a blend of mathematical rigor and domain expertise. Through a step-by-step exploration, this article guides you through the ARMA modeling process, including data import, stationarity analysis, model formation, parameter estimation, forecasting, and performance evaluation. Real financial data from the S&P 500 index is used to illustrate the practical application of ARMA models. This article provides a comprehensive overview of ARMA modeling applied to financial data, including analysis using the Yahoo Finance API, data import, stationarity testing, model fitting, forecasting, and model evaluation. Data used are historical S&P 500 prices from January 4, 2010 to February 1, 2020. The imported data goes through preprocessing steps to ensure consistency and consistency for subsequent modeling tasks. The images and econometric analysis table used in the writing of the article were written using the Python programming language and made ready for analysis. The paper concludes with insights into the importance of ARMA models as fundamental tools in time series analysis, leading to advanced methodologies in financial modeling.

Keywords: *Financial markets, volatility, econometrics, ARMA.*